

عنوان	زیر گروه های Q از منظری دیگر
مجری	رضا بیرانوند
چکیده و دستاورد	
<p>مجموعه اعداد صحیح \mathbb{Z} و مجموعه اعداد گویا \mathbb{Q} به عنوان ساختارهای گروه، حلقه (میدان) و مدول ویژگی های بسیار کارآمد و جذابی دارند که به درک خیلی از مفاهیم جبری کمک میکنند. در این مجال به دکر برخی از این ویژگی ها میپردازیم.</p> <p>در \mathbb{Z} ایدآل ها و زیر گروه ها به شکل $n\mathbb{Z}$ هستند که در آن n یک عدد صحیح است. اما زنجیر زیر بسیار سودمندند:</p>	
$\dots \subseteq 8\mathbb{Z} \subseteq 4\mathbb{Z} \subseteq 2\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Z}$ $\dots \subseteq 27\mathbb{Z} \subseteq 9\mathbb{Z} \subseteq 3\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Z}$ $\dots \subseteq 125\mathbb{Z} \subseteq 25\mathbb{Z} \subseteq 5\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Z}$	
<p>همین زنجیر ها نشان میدهند که \mathbb{Z} آرتینی نیست. همچنین این نشان میدهد که \mathbb{Q} آرتینی نسبت به عنوان \mathbb{Z} مدول. زنجیرهای زیر نشان میدهند که \mathbb{Q} نوتری هم نیست به عنوان \mathbb{Z} مدول.</p>	
$\mathbb{Z} \subseteq \frac{1}{2}\mathbb{Z} \subseteq \frac{1}{4}\mathbb{Z} \subseteq \frac{1}{8}\mathbb{Z} \subseteq \dots$ $\mathbb{Z} \subseteq \frac{1}{3}\mathbb{Z} \subseteq \frac{1}{9}\mathbb{Z} \subseteq \frac{1}{27}\mathbb{Z} \subseteq \dots$ $\mathbb{Z} \subseteq \frac{1}{5}\mathbb{Z} \subseteq \frac{1}{25}\mathbb{Z} \subseteq \frac{1}{125}\mathbb{Z} \subseteq \dots$	
<p>حال با میتوان \mathbb{Z} را موضعی سازی کرد و حلقه هایی با هر تعداد دلخواه ایدآل ماکزیمال بدست آورد که این در نوع خود بسیار جالب است. این مبحث در کارگاه هفته پژوهش به تفصیل بیان خواهد شد. بنابراین شناخت \mathbb{Z} و \mathbb{Q} با آن که ساده به نظر میرسند اما پر از پیچیدگی و مفاهیم نهفته است مخصوصا زیرمدول های \mathbb{Q} به عنوان \mathbb{Z} مدول.</p>	